

(สาขาคณิตศาสตร์)

ไขปริศนาอนุกรมโคไซน์ในรูปแบบ $\sum_{n=1}^k \cos\left(\frac{2n\pi}{2k+1}\right)$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม
บวก(Solving the Cosine-Series Puzzle in the Form $\sum_{n=1}^k \cos\left(\frac{2n\pi}{2k+1}\right)$ for Positive
Integers k)

ผู้จัดทำ : รัตนากร สำเร็จ, คุณัญญา กิ่งแก้ว และ จันทนิภา คำตา
ที่ปรึกษา : นางสาวกัลยาณี หนูพัด, นางสาวพิศมัย ไกรสุข
โรงเรียน : กันทรลักษ์วิทยา

บทคัดย่อ

จากการศึกษา เรื่อง ไขปริศนาอนุกรมโคไซน์ในรูปแบบ $\sum_{n=1}^k \cos\left(\frac{2n\pi}{2k+1}\right)$ เมื่อ k เป็น
จำนวนเต็มบวก มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลบวกของอนุกรมตรีโกณมิติในรูปแบบ

$$S_k = \sum_{n=1}^k \cos\left(\frac{2n\pi}{2k+1}\right)$$

โดยใช้การทดลองเชิงตัวเลขประกอบกับการวิเคราะห์เชิงทฤษฎี ด้วยแนวคิดจำนวนเชิงซ้อน
Euler's Formula และรากเอกลักษณะของสมการ $z^{2k+1} = 1$ เพื่ออธิบายโครงสร้างของมุมที่กระจาย
อย่างสมมาตรบนวงกลมหนึ่งหน่วย

ผลการศึกษาพบว่าอนุกรมดังกล่าวมีผลรวมคงที่คือ

$$S_k = -\frac{1}{2}$$

สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก k ซึ่งเกิดจากความสมมาตรของเวกเตอร์บนวงกลมหนึ่งหน่วย
โครงการได้นำผลลัพธ์นี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ตรีโกณมิติ การหาส่วนจริงของจำนวนเชิงซ้อน
และการวิเคราะห์ผลรวมของเวกเตอร์ ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์เชิงลึกมากขึ้น และสามารถ
เชื่อมโยงเนื้อหาหลายบทเข้าด้วยกันอย่างเป็นระบบ

คำสำคัญ : อนุกรมตรีโกณมิติ, ผลรวมของโคไซน์ , จำนวนเชิงซ้อน

(Mathematics)

Solving the Cosine-Series Puzzle in the Form $\sum_{n=1}^k \cos\left(\frac{2n\pi}{2k+1}\right)$ for Positive Integers k

Author : Mr.Rattanakorn sumrat, Khunanya kingkaew and Janthanipha Khamta

Advisors : Miss Kallayanee Nupad and Miss Pissamai krisuk

School : Kantharalak wittaya

Abstract

From the study Solving the Cosine-Series Puzzle in the Form $\sum_{n=1}^k \cos\left(\frac{2n\pi}{2k+1}\right)$ for Positive Integers k . This study aims to examine the sum of the trigonometric series of the form

$$S_k = \sum_{n=1}^k \cos\left(\frac{2n\pi}{2k+1}\right),$$

using numerical exploration combined with theoretical analysis. By applying the concepts of complex numbers, Euler's Formula, and the roots of unity of the equation $z^{2k+1} = 1$, the project explains the geometric structure of angles that are symmetrically distributed on the unit circle.

The results reveal that the series has a constant value

$$S_k = -\frac{1}{2}$$

for all positive integers k , due to the symmetry of vectors on the unit circle. The findings are further applied to solve trigonometric problems, compute real parts of complex numbers, and analyze vector sums. This project enhances mathematical understanding and demonstrates the connection between multiple mathematical concepts in a meaningful and integrated manner.

Keywords : Trigonometric Series , Cosine Sum , Complex Numbers