

บทคัดย่อ

โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง “ไขความลับจับสัมพันธ์เกล็ดหิมะคือค (Koch Snowflake)” ได้ดำเนินการโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาลักษณะของรูปเกล็ดหิมะคือค 2) หาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขในรูปเกล็ดหิมะคือค 3) ตรวจสอบความสัมพันธ์เชิงตัวเลขในรูปเกล็ดหิมะคือคโดยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) 4) เพื่อศึกษาการหาพื้นที่ของเกล็ดหิมะคือค (Koch Snowflake) การดำเนินงานเริ่มจากศึกษาเนื้อหา แนวคิดทฤษฎีคณิตศาสตร์ ได้แก่ รูปเกล็ดหิมะคือค แบบรูปและความสัมพันธ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัย อัตราส่วน เลขยกกำลัง รูปเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า แล้วหาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่ได้จากการสำรวจและค้นหาในรูปเกล็ดหิมะคือค ทำให้อยู่ในรูปทั่วไป (General Term) โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) โดยใช้โปรแกรม GSP มาตรวจสอบความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่ได้ และหาพื้นที่รูปเกล็ดหิมะคือค (Koch Snowflake)

ผลการดำเนินงาน พบว่า มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเกล็ดหิมะคือค การหาพื้นที่ของรูปเกล็ดหิมะคือค และหาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่เขียนในรูปพจน์ทั่วไปเมื่อ n แทนชั้นที่ ได้ดังนี้

1. จำนวนด้านที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชั้นของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $3 \cdot 4^n$ เป็นลำดับเรขาคณิต

2. จำนวนจุดยอดมุมที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชั้นของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $3 \cdot (4^{n-1})$

เป็นลำดับเรขาคณิต

3. จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชั้นของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $3 \cdot (4^{n-1})$

เป็นลำดับเรขาคณิต

4. ความยาวของเส้นรอบรูปที่เปลี่ยนไปในแต่ละชั้นของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $3 \left(\frac{4}{3}\right)^n$

เป็นลำดับเรขาคณิต

5. ความยาวของแต่ละด้านที่เปลี่ยนไปในแต่ละชั้นของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $\frac{1}{3^n}$

เป็นลำดับเรขาคณิต

6. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมในหนึ่งด้านของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $\left(\frac{1}{9}\right)^n$ เป็นลำดับเรขาคณิต

7. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชั้นของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $3 \cdot 4^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^n$

เป็นลำดับเรขาคณิต

8. อัตราส่วนระหว่างจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นและจำนวนด้านที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชั้นของรูปเกล็ดหิมะคือค คือ $\frac{3 \cdot (4^{n-1})}{3 \cdot 4^n}$ เป็นลำดับเรขาคณิตและลำดับเลขคณิต

9. พื้นที่รูปเกล็ดหิมะคือค (Koch Snowflake) คือ

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \left[1 + \left(\frac{1}{9} \times 3\right) + \left\{ \left(\frac{1}{9}\right)^2 \times 3 \times 4 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{9}\right)^3 \times 3 \times 4^2 \right\} + \dots + \left\{ \left(\frac{1}{9}\right)^n \times 3 \times 4^{n-1} \right\} \right]$$

เป็นแบบรูปความสัมพันธ์ที่เกิดจากผลรวมของลำดับในแต่ละชั้นจนถึงชั้นที่ n และมีความสัมพันธ์กับความยาวของแต่ละด้านที่เปลี่ยนไปในแต่ละชั้น คือ $\frac{1}{3^n}$ จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชั้น

คือ $3 \cdot 4^{n-1}$ และพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชั้น คือ $3 \cdot 4^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^n$ เมื่อ n แทนชั้นที่

จากการศึกษาและหาความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่เขียนในรูปพจน์ทั่วไปของรูปเกล็ดหิมะคือทำให้เกิดองค์ความรู้สร้างเป็นรูปแบบของความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่เขียนในรูปพจน์ทั่วไปพร้อมทั้งนำโปรแกรม GSP มาตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์เชิงตัวเลขที่ได้ เป็นการฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผลในการบอกความสัมพันธ์จะเป็นพื้นฐานในการช่วยคิดแก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้พบเห็นได้อย่างถูกต้อง แล้วนำผลการศึกษามานำเสนอและสอนเพื่อนชุมชนคณิตศาสตร์ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนกันทรลักษณ์วิทยา รวมทั้งทางเว็บไซต์ของโรงเรียนกันทรลักษณ์วิทยา (<http://www.klws.ac.th/html/academic.html>) และแอปพลิเคชัน TikTok