

Uncoding Complex Power : ถอดรหัสการยกกำลังด้วยความสัมพันธ์ เวียนเกิด(Complex Power Recurrence : CPR Method)

ผู้จัดทำ : ณรงค์ฤทธิ์ เพ็งแจ่ม, ธนกร เรืองธีรชัย, พัทธนันท์ กุลเกษ

ที่ปรึกษา : นางสาวกัลยาณี หนูพัด, นางมลวิทย์ เลาสุด

โรงเรียน : กันทรลักษณ์วิทยา

บทคัดย่อ

จากการศึกษา เรื่อง Uncoding of Complex Power : ถอดรหัสการยกกำลังด้วยความสัมพันธ์เวียนเกิด ซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของจำนวนเชิงซ้อน ผู้จัดทำพบว่าการใช้ทฤษฎีบทเดอมัวร์ในกรณีที่ ไม่ใช่มุมมาตรฐาน เช่น $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ หรือต้องการหาค่าหลายๆพจน์พร้อมกัน จะทำให้การคำนวณยุ่งยากและมีโอกาสพลาดสูง ผู้จัดทำจึงได้สนใจศึกษาวิธีหรือสูตรการหาจำนวนเชิงซ้อนยกกำลัง n ได้ง่ายขึ้น ด้วยเหตุนี้คณะผู้จัดทำจึงจัดทำขึ้นเพื่อศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการหาจำนวนเชิงซ้อนยกกำลัง n โดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิด และนำมาใช้ในการพัฒนาสูตรในการหาค่า z^n และเปรียบเทียบการหาจำนวนเชิงซ้อนยกกำลัง n โดยใช้สูตรที่พัฒนาขึ้นจาก ความสัมพันธ์เวียนเกิดและทฤษฎีบทของเดอมัวร์ ซึ่งผลการศึกษา พบว่า ผลการศึกษการหาค่า $z^n = (a + bi)^n$ โดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิด สามารถหาได้โดยอยู่ในรูปความสัมพันธ์เวียนเกิด จาก $z = a + bi$

(1) ให้ $m = bi$ จะได้ว่า $(a + bi)^n = (a + m)^n = a_n + m_n$

(2) หาค่า $A = 2a$ และหาค่า $B = m^2 - a^2$

(3) หาค่า a_n และ m_n จากความสัมพันธ์เวียนเกิด

$$a_n = Aa_{n-1} + Ba_{n-2} \quad \text{เมื่อ } a_0 = 1 \text{ และ } a_1 = a$$

$$m_n = Am_{n-1} + Bm_{n-2} \quad \text{เมื่อ } m_0 = 0 \text{ และ } m_1 = m$$

ซึ่งเรียกสูตรนี้ว่า Complex Power Recurrence : CPR Method และค่าที่ได้มีค่าเท่ากับค่าที่หาคำนวณจาก CPR Method และ ทฤษฎีบทเดอมัวร์ พบว่าหาได้ผลลัพธ์เท่ากัน

คำสำคัญ : ถอดรหัสการยกกำลัง, ความสัมพันธ์เวียนเกิด

Uncoding of Complex Power (Complex Power Recurrence : CPR Method)

Author : Narongrit Phengchaem, Thanakon Reungdhirachai and Pattanun Kunkat

Advisors : Miss Kallayanee Nupad and Mrs.Maliwan Laohasoot

School : Kantharalak wittaya

Abstract

From the study Uncoding of Complex Power: Decoding Exponentiation with Recurrence Relations, which is one branch of complex numbers, it was found that the use of De Moivre's Theorem in cases where the angle is not a standard angle such as $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$, or when multiple exponents are calculated together. This leads to lengthy computations and a higher chance of errors. Therefore, the author was interested in studying formulas or methods to simplify the computation of powers of complex numbers. For this reason, the author formulated recurrence relations in relation to the calculation of n powers by considering the relationship between z^n and lower powers. The results of the study showed that the calculation of $z^n = (a + bi)^n$ can be derived from recurrence relations as follows, with $z = a + bi$

(1) Let $m = bi$ then $(a + bi)^n = (a + m)^n = a_n + m_n$

(2) Define $A = 2a$ and $B = m^2 - a^2$

(3) If a_n and m_n are defined by recurrence relations, then

$$a_n = Aa_{n-1} + Ba_{n-2}, \quad a_0 = 1, a_1 = a$$

$$m_n = Am_{n-1} + Bm_{n-2} \quad m_0 = 0, m_1 = m$$

This formula is called the **Complex Power Recurrence (CPR) Method**, and it was found that the results obtained from the CPR Method and from conventional computation of powers are equivalent.

Keywords : Decoding Exponentiation, Recurrence Relations